OLIMPIADA NAŢIONALA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 12 FEBRUARIE 2011

Clasa a VIII-a

Problema 1. a) Determinați penultima cifră a pătratului unui număr natural care are ultima cifră 5. Justificaţi răspunsul.

b) Să se arate că oricare ar fi numerele întregi a, b şi c numărul: $abc(a^2-b^2)(a^2-c^2)(b^2-c^2)$ este multiplu de 5.

Georgeta Cioboată, Călărași

Problema 2. Dreapta d este perpendiculară pe planul dreptunghiul $ABCD$. Dacă $D, P \in d$, $AB = a\sqrt{2}$, $AD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $PD = a$, ($a > 0$), $DM \perp PC$, $M \in (PC)$ şi $DN \perp PA$, $N \in (PA)$ calculați :

a) Lungimea segmentului (MN);

b) Dacă α este măsura unghiului format de MN cu planul dreptunghiului determinați $\sin\alpha$.

c) Dacă β este măsura unghiului format de planele (PAC) şi (ABC) determinați $\mathrm{tg}\beta$.

Sorin Furtună, Călăraşi şi Stelică Pană, Chirnogi

Problema 3. a) Descompuneți în trei factori expresia: $a^3+b^3+a^2-b^2-ab^2-a^2b$.

b) Fie mulțimile $A = \{k^3 \mid k \in \mathbf{Z}\}$ şi $B = \{\, 5^k - 1 \mid k \in \mathbf{Z}\,\}$. Determinați mulțimea $A \cap B$.

Viorica Stoianovici, Călărași

Problema 4. Dacă A, B, C, D sunt patru puncte necoplanare şi C_1 este mijlocul segmentului [AB], O este mijlocul segmentului [CC_1], M este mijlocul segmentului [DO], (ABM) ∩ [CD] = {P}, (ACM) ∩ [BD] = {Q}, (BCM) ∩ [AD] ={R}, atunci demonstrați că:

a) $\frac{PD}{DC} = \frac{1}{3}$;

b) $QR \parallel (ABC)$.

Gheorghe Fianu, Ștefan cel Mare

SUCCES!

__Notă :__ Durata concursului este de trei ore .

Baremul de notare este: **Problema 1.** a) 3 puncte; b) 4 puncte; **Problema 2.** a) 2 puncte; b) 2 puncte; c) 3 puncte; **Problema 3.** a) 3 puncte; b) 4 puncte; **Problema 4.** a) 3 puncte; b) 4 puncte.